

Dr hab. inż. Anna Walaszek-Babiszewska, prof. Politechniki Opolskiej
Mgr inż. Anna Czabak
Mgr inż. Katarzyna Błaszczuk
Politechnika Opolska, Instytut Automatyki i Informatyki

ROZMYTE MODELE DYSKRETNYCH PROCESÓW STOCHASTYCZNYCH W OPISIE PROCESÓW TECHNOLOGICZNYCH

Streszczenie

W referacie przedstawiono metodę budowy modeli rozmytych dyskretnych procesów stochastycznych. Zastosowano model rozmyty typu Mamdaniego z wagami, reprezentującymi prawdopodobieństwa zdarzeń rozmytych występujących w poprzednikach i następnikach reguł. Wartości wag zostały obliczone przy wykorzystaniu reguł asocjacji i danych empirycznych. Zbadano operatory wnioskowania.

FUZZY MODELS OF DISCRETE STOCHASTIC PROCESSES FOR TECHNOLOGICAL PROCESSES CHARACTERISTICS

Abstract

In the paper the method of the construction of time series fuzzy models have been presented. The Mamdani type fuzzy models have been used as well as weights of elementary rules, representing probabilities of fuzzy events occurring in the antecedents and consequents. The values of weights have been calculated by means of the association rules for experimental data. The inference operators have been examined.

1. WPROWADZENIE

Elektrownie zawodowe w Polsce, w których produkcja energii elektrycznej bazuje na węglu kamiennym, wytworzyły w roku 2005 aż 57,27% energii elektrycznej, przy ogólnej ilości wyprodukowanej energii elektrycznej 156,933 TWh. Ponadto, na lata 2012-2014 zaplanowane są dalsze inwestycje bloków energetycznych, m. in. w Opolu, Żarnowcu, Warszawie, Skawinie, w których technologia produkcji energii elektrycznej również będzie oparta na węglu kamiennym. Łączna moc planowanych bloków przekroczy 4 GW, przy obecnie zainstalowanej mocy, łącznie 35,448 GW [18].

Tak wielka ilość zużywanego węgla dla celów energetycznych nasuwa pytania o sprawność wykorzystania tego paliwa przez elektrownie i skutki uboczne produkcji dla środowiska naturalnego.

Węgiel jako paliwo kopalne jest materiałem uziarnionym, niejednorodnym. Jego parametry, istotne dla energetyki to:

- odpowiednia wartość uziarnienia,
- wartość opałowa (MJ/kg) decydująca o ilości możliwej energii uzyskanej z jednego kg masy węgla,
- zawartość popiołu (%), wyrażająca udział masy substancji niepalnej w całkowitej masie węgla,
- zawartość siarki (%).

Pierwsze dwa parametry decydują o przydatności węgla jako paliwa dla elektrowni, dwa ostatnie parametry wskazują na zagrożenie obciążenia środowiska naturalnego przez odpady powstające przy produkcji energii elektrycznej (lub ciepłej).

Wartości parametrów węgla energetycznego oraz metodykę ich pomiaru określają stosowne normy. Jednakże pomiar parametrów węgla nie jest sprawą trywialną, ze względu na niejednorodność materiału oraz czynnik losowy wpływający na wybór próbki poddawanej pomiarowi. Jest to czynnik generujący błędy zarówno w przypadku pomiarów dyskretnych, jak i w pomiarach ciągłych [13]. Zmienność parametrów węgla jako materiału surowego dla optymalnego sterowania w zakładzie mechanicznej przeróbki była przedmiotem analiz w wielu pracach, np. [22] a w pracy [7] autorka przewiduje, m.in. ilość i jakość możliwych produktów handlowych uzyskanych z węgla surowego oraz ich wartość, posługując się tzw. formułą sprzedaży [3] uzależnioną od parametrów węgla istotnych w różnych procesach technologicznych.

Zmienność parametrów węgla, będącego paliwem dla elektrowni, może stanowić zakłócenie dla procesu produkcji energii elektrycznej. Dla prawidłowego przebiegu produkcji energii elektrycznej istotna jest znajomość zmian charakterystyki materiału surowego w funkcji czasu i możliwość przewidywania jej zmienności dla planowania produkcji, kosztów i szacowania opłacalności. W referacie bada się zmienność wybranych, dwóch parametrów węgla: udziału frakcji ziaren lekkich oraz zawartości popiołu w tej frakcji, dla przykładowych danych numerycznych.

Pokazana metodyka pozwoli, w dalszych badaniach, na utworzenie rozmytej bazy wiedzy o zmienności cech badanego paliwa, ocenę jego przydatności dla energetyki oraz przewidywanego stopnia obciążenia środowiska naturalnego.

2. MODELE ROZMYTE PROCESÓW STOCHASTYCZNYCH

2.1. Proces stochastyczny z czasem dyskretnym

Parametry mierzalne badanych charakterystyk, obserwowane w funkcji czasu, stanowią wielowymiarowy proces stochastyczny

$$\{x(t, \omega) : t \in T, x \in X, \omega \in \Omega, \quad (1)$$

gdzie T oznacza przedział czasu, X jest przestrzenią badanych parametrów procesu, $X \subset R^p$ oraz Ω jest przestrzenią zdarzeń elementarnych, przy czym

$$x^T(t, \omega) = \{x^1(t, \omega), \dots, x^p(t, \omega)\}. \quad (2)$$

Zbiór danych eksperymentalnych stanowi zbiór realizacji $\{x(t_k)\}$ w dyskretnych chwilach t_k , $k=1, 2, \dots, K$. Dla uproszczenia notacji, zarówno proces stochastyczny i jego realizacja będą dalej oznaczane tym samym symbolem.

Istnieje wiele modeli systemów stochastycznych z dyskretnym czasem, wśród których warto wyróżnić dwie grupy modeli. Pierwszy rodzaj modeli można zapisać w postaci ogólnej, jako:

$$x(t_k) = f[x(t_{k-1}), x(t_{k-2}), \dots, x(t_{k-m})], \quad (3)$$

gdzie $x(t_k)$ jest wektorem (2), a $f()$ jest dowolną funkcją. Gdy $f()$ stanowi liniową funkcję regresji zależną od wartości procesu w chwilach poprzednich, to modele te znane są pod nazwą wielowymiarowych modeli ciągów czasowych, lub modeli Boxa-Jenkinsa.

Druga grupa modeli wyraża się poprzez funkcję rozkładu prawdopodobieństwa wektora skończenie wymiarowego, reprezentującego wartości procesu w określonych chwilach:

$$p(x) = p_m(x_{t_k}, x_{t_{k-1}}, \dots, x_{t_{k-m}}). \quad (4)$$

Ten typ modeli stosowany jest w praktyce, głównie ze względu na trudności obliczeniowe, dla procesów niskiego rzędu, zwanych także *procesami o krótkiej pamięci* [9]. Ogólnie, modele typu (4) rzędu m , wymagają tworzenia rozkładów prawdopodobieństwa wielowymiarowych zmiennych losowych.

W referacie buduje się reprezentację rozmytą procesów stochastycznych o modelach typu (4).

2.2. Reprezentacja rozmyta dyskretnego procesu Markowa

U podstaw modelowania rozmytego [21,8,19,11,12] leży operacja rozmywania, czyli transformacji zmiennych opisujących badany obiekt w numerycznej przestrzeni rozważań do przestrzeni zbiorów rozmytych i wartości lingwistycznych [21]. Wektor wartości procesu stochastycznego $x \in X \subset R^p$ przekształcamy w zmienną lingwistyczną wielowymiarową, o zbiorach wartości lingwistycznych $L(X_1), L(X_2), \dots, L(X_p)$, przy czym $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_p = X$. W przestrzeniach numerycznych $X_i, i=1,2,\dots,p$ poszczególnych zmiennych zdefiniowane zostają zbiory rozmyte $A_j^i, j=1,2,\dots,J_i$, odpowiadające wartościom lingwistycznym ze zbiorów $L(X_i)$.

Podstawową sprawą dla modelowania rozmytego procesów stochastycznych jest określenie rozkładów prawdopodobieństwa zmiennych lingwistycznych. Zadanie rozkładu prawdopodobieństwa zmiennych lingwistycznych nie jest sprawą oczywistą, ze względu na to, że zdarzenia rozmyte nie są rozłączne. Zadaniom budowy i zastosowania rozkładów prawdopodobieństwa zmiennych lingwistycznych, w oparciu o pojęcie prawdopodobieństwa zdarzenia rozmytego, zdefiniowane przez Zadeha [20], poświęcono, m. in. prace [13-17]. Wykorzystując ideę rozmytych modeli typu Mamdaniego [19,11,12], utworzono model rozmyty procesu stochastycznego Markowa, w postaci zbioru $l=1,\dots,L$ reguł [15,16]:

$$\begin{aligned} R_l: (w_l) \text{ JEŻELI } x_{t_{k-1}} \text{ jest } A_l \text{ TO } x_{t_k} \text{ jest } A_l \quad (w_{1/l}) \\ \text{TAKŻE } x_{t_k} \text{ jest } A_2 \quad (w_{2/l}) \\ \text{-----} \\ \text{TAKŻE } x_{t_k} \text{ jest } A_J \quad (w_{J/l}). \end{aligned} \quad (5)$$

W modelu tym zbiory rozmyte $A_1, A_2, \dots, A_l, \dots, A_J$ zostały określone w przestrzeni $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_p = X$, a ich funkcje przynależności wyrażają się poprzez przyjętą t-normę i funkcje przynależności $\mu_{A_i}(x^i)$ zbiorów rozmytych określonych w poszczególnych przestrzeniach X_1, X_2, \dots, X_p :

$$\mu_{A_l}(x) = T(\mu_{A_{l_1}}(x^1), \dots, \mu_{A_{l_i}}(x^i), \dots, \mu_{A_{l_p}}(x^p)). \quad (6)$$

Waga reguły plikowej $w_l, l=1,\dots,L$ stanowi prawdopodobieństwo łącznego zdarzenia rozmytego zawartego w poprzedniku l -tej reguły, wyliczone zgodnie z definicją Zadeha [20], jako

$$w_l = P(x_{t_{k-1}} \text{ jest } A_l) = \sum_{x \in X} p(x_{t_{k-1}}) \mu_{A_l}(x_{t_{k-1}}), \quad (7)$$

przy czym $p(x)$ jest funkcją łącznego rozkładu prawdopodobieństwa, która przypisuje każdemu zbiorowi borelowskiemu w przestrzeni X liczbę rzeczywistą $p \in [0,1]$. Dobór funkcji

przynależności $\mu_{A_l}(x^i)$ i t-normy (6) jest decydujący dla spełnienia warunku $\sum_{l=1}^L P(A_l) = 1$, niezbędnego, aby zbiór wag $w_l, l=1, \dots, L$ stanowił funkcję rozkładu wielowymiarowej zmiennej lingwistycznej x .

W sposób analogiczny tworzy się łączny rozkład prawdopodobieństwa zmiennych lingwistycznych zawartych w poprzedniku i następniku modelu (5), poprzez prawdopodobieństwo zdarzeń rozmytych określonych w przestrzeni $X \times X$:

$$w_{jl} = P\{(x_{t_k} \text{ jest } A_j) \cap (x_{t_{k-1}} \text{ jest } A_l)\}, j=1,2,\dots,J; l=1,\dots,L \quad (8)$$

$$w_{jl} = \sum_{(x,x) \in X \times X} p(x_{t_{k-1}}, x_{t_k}) T(\mu_{A_l}(x_{t_{k-1}}), \mu_{A_j}(x_{t_k})). \quad (9)$$

W modelu (5) wagi reguł elementarnych $w_{j/l}, j=1, \dots, J$ stanowią warunkowe prawdopodobieństwa wystąpienia zdarzeń w następniku reguły, przy warunku wyrażonym w poprzedniku:

$$w_{j/l} = P\{(x_{t_k} \text{ jest } A_j) / (x_{t_{k-1}} \text{ jest } A_l)\}, j=1,2,\dots,J. \quad (10)$$

i jako prawdopodobieństwa warunkowe obliczane są w sposób następujący:

$$w_{j/l} = \frac{w_{jl}}{w_l}, j=1, \dots, J, l=const. \quad (11)$$

Wyznaczone prawdopodobieństwa (wagi) powinny spełniać warunki normalizacji

$$\sum_{l=1}^L w_l = 1, \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^J w_{jl} = 1, \sum_{j=1}^J w_{j/l} = 1, l=const. \quad (12)$$

Warunki te są istotne w operacjach wnioskowania [17].

2.3. Reprezentacja rozmyta procesu stochastycznego z długą pamięcią

Dla procesu stochastycznego x , uwzględniając m jego opóźnionych wartości, jak w opisie (4), reprezentacja rozmyta może przyjąć postać reguły, z wagami:

$$R_{ij} : (w_{ij}) \{ JESLI [x(t_{k-1}) \text{ jest } A_{i,k-1} \text{ I } x(t_{k-2}) \text{ jest } A_{i,k-2} \text{ I} \dots \\ \text{I } x(t_{k-m}) \text{ jest } A_{i,k-m}] \\ TO [x(t_k) \text{ jest } A_{j,k}] \}, \quad (13)$$

gdzie:

$x(t_k), x(t_{k-1}), \dots, x(t_{k-m})$ – skalarne zmienne lingwistyczne, $x \in X \subset R$, przyjmujące wartości lingwistyczne ze zbioru $L(X)$, określające rozmyte stany procesu;

$A_{j,k}, A_{i,k-1}, \dots, A_{i,k-m}$ – podzbiory rozmyte, odpowiadające lingwistycznym wartościom zmiennych $x(t_k), x(t_{k-1}), \dots, x(t_{k-m})$, $x \in X$;

w_{ij} - waga reguły elementarnej, wyrażająca łączne prawdopodobieństwo rozmytego zdarzenia jednoczesnego zawartego w poprzedniku i następniku:

$$w_{ij} = \sum_{(x, \dots, x) \in X^{m+1}} p[x(t_k), x(t_{k-1}), \dots, x(t_{k-m})] T[\mu_{A_{j,k}}(x_{t_k}), \dots, \mu_{A_{i,k-m}}(x_{t_{k-m}})], \quad (14)$$

przy czym $p()$ jest funkcją łącznego rozkładu prawdopodobieństwa, która przypisuje każdemu zbiorowi borelowskiemu w przestrzeni X^{m+1} liczbę rzeczywistą $p \in [0,1]$. Dobór t-normy oraz

sposób podziału przestrzeni X na zbiory rozmyte odniesienia powinien zapewnić spełnienie warunku (12). Np. w pracach [13-16] jako t-normę przyjęto iloczyn, a zbiory rozmyte A_i zostały określone poprzez funkcje przynależności o stałej wartości w rozłącznych przedziałach a_n przestrzeni X w taki sposób, aby dla każdego $x \in a_n$

$$\sum_{i=1}^I \mu_{A_i}(a_n) = 1, n = 1, \dots, N. \quad (15)$$

Model (13) można także zapisać w postaci reguł plikowych, łączących wspólny poprzednik, jak np. w modelu (5). Wówczas odpowiednie wagi w_i oraz $w_{j/i}$ wyznacza się, jako prawdopodobieństwa brzegowe i warunkowe, odpowiednio:

$$w_i = \sum_{j=1, \dots, J} w_{ij}, i = 1, \dots, I, \quad w_{j/i} = \frac{w_{ij}}{w_i}, j = 1, \dots, J. \quad (16)$$

3. BUDOWA ROZMYTEJ BAZY WIEDZY PRZYKŁADOWEGO PROCESU

Badania empiryczne, dotyczące budowy rozmytych modeli procesów stochastycznych $\{(x_t, y_t), t = 1, \dots, 496\}$, opisujących zmienność w czasie parametrów pewnej partii węgla, oparte zostały o wartości dwóch parametrów:

x – udział frakcji lekkiej (o gęstości poniżej 1500 kg/m^3) ziaren węgla w próbce, $x \in X \in [0, 1] \in R$,

y – zawartość popiołu w tej frakcji ziaren, wyrażona w procentach, $y \in Y \in [0, 100] \in R$.

Dane empiryczne zaczerpnięto z prac [7, 13, 22]. Przestrzenie rozważanych wartości zmiennych zostały podzielone na rozłączne przedziały, oznaczone jako a_n, b_n (tab.1.).

Tabela 1. Wyniki kwantyzacji zbiorów wartości zmiennych w przestrzeniach X i Y

	a_1	a_2	a_3	...	a_8	a_9	a_{10}
X	(...; 0.08)	[0.08; 0.16)	[0.16; 0.24)	...	[0.56; 0.64)	[0.64; 0.72)	[0.72; ...)
	b_1	b_2	b_3	...	b_8	b_9	b_{10}
Y	(...; 3.62)	[3.62; 4.95)	[4.95; 6.29)	...	[11.63; 12.97)	[12.97; 14.31)	[14.31; ...)

Dla zmiennych lingwistycznych x i y przyjęto następujące wartości lingwistyczne:

$$L(X) = L(Y) = \{\textit{bardzo niski}, \textit{niski}, \textit{średni}, \textit{wysoki}, \textit{bardzo wysoki}\}, \quad (17)$$

w skrócie: $\{BN, N, S, W, BW\}$ oraz odpowiadające im zbiory rozmyte A_k oraz B_k ($k=1,2,\dots,5$) w przestrzeniach numerycznych X i Y . Odpowiednie funkcje przynależności przyjmujące stałe wartości, z jakimi zbiory a_n należą do zbiorów rozmytych A_k (b_n należą do zbiorów rozmytych B_k), zostały przedstawione w tab. 2.

Tabela 2. Wartości funkcji przynależności $\mu_{A_k}(a_n)$ w przestrzeni X

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}
$\mu_{A1}(a_n)$	0,9	0,5	0,2	0,1	0	0	0	0	0	0
$\mu_{A2}(a_n)$	0,1	0,5	0,7	0,5	0,1	0	0	0	0	0
$\mu_{A3}(a_n)$	0	0	0,1	0,4	0,9	0,9	0,4	0,1	0	0
$\mu_{A4}(a_n)$	0	0	0	0	0	0,1	0,5	0,7	0,5	0,1
$\mu_{A5}(a_n)$	0	0	0	0	0	0	0,1	0,2	0,5	0,9

3.1. Operatory wnioskowania a budowa modeli

3.1.1. Operatory t-normy i s-normy

W modelach rozmytych wielowymiarowego procesu stochastycznego zbiory rozmyte zostają określone w przestrzeniach $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_p = X$. Funkcje przynależności zbiorów rozmytych dla wektora lingwistycznego określa się w przestrzeni X , w oparciu o przyjętą t-normę (6). Projektowanie modelu rozmytego wymaga właściwego doboru t-normy i s-normy, z punktu widzenia działania całego systemu z bazą wiedzy [6].

Funkcję dwóch zmiennych $T: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ nazywamy t-normą i zapisujemy:

$$T(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \overset{T}{*} \mu_B(x), \quad (18)$$

dla wielu zmiennych:

$$\overset{T}{\bigwedge}_{i=1}^n \{\mu_{A_i}(x)\} = T \left\{ \overset{T}{\bigwedge}_{i=1}^{n-1} \{\mu_{A_i}(x)\}, \mu_{A_n}(x) \right\} = \mu_{A_1}(x) \overset{T}{*} \mu_{A_2}(x) \overset{T}{*} \dots \overset{T}{*} \mu_{A_n}(x) \quad (19)$$

jeśli jest niemalejąca względem obu argumentów i spełnia warunki: przemienności, łączności i brzegowy. Spełnienie warunków przemienności i łączności sprawia, że kolejność wykonywania operacji przecięcia wielu podzbiorów rozmytych nie jest istotna [8, 11,12,19].

Funkcję dwóch zmiennych $S: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ nazywamy s-normą (t-konormą) i zapisujemy:

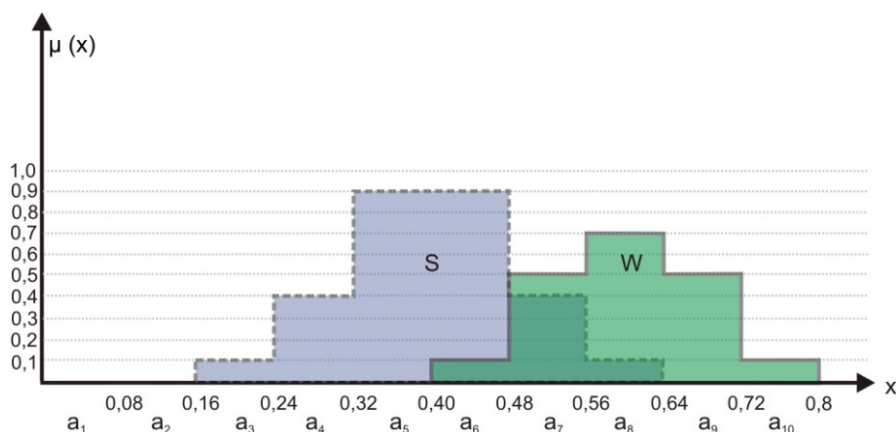
$$S(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \overset{S}{*} \mu_B(x), \quad (20)$$

dla wielu zmiennych:

$$\overset{S}{\bigvee}_{i=1}^n \{\mu_{A_i}(x)\} = S \left\{ \overset{S}{\bigvee}_{i=1}^{n-1} \{\mu_{A_i}(x)\}, \mu_{A_n}(x) \right\} = \mu_{A_1}(x) \overset{S}{*} \mu_{A_2}(x) \overset{S}{*} \dots \overset{S}{*} \mu_{A_n}(x) \quad (21)$$

jeśli jest niemalejąca względem obu argumentów i spełnia warunki: przemienności, łączności i brzegowy [8, 18, 11,12].

W tab. 3. i tab. 4 przedstawione zostały przykładowe wyniki obliczeń wartości t-norm i s-norm dla dwóch zbiorów rozmytych A_3 i A_4 (S i W), zdefiniowanych w tab. 2. i pokazanych na rys.1.



Rys.1. Wartości funkcji przynależności dla zbiorów rozmytych „średni” i „wysoki”.

3.1.2. Operatory implikacji rozmytej

Reguły rozmyte zawierające warunkowe stwierdzenia $(x \text{ jest } A) \rightarrow (y \text{ jest } B)$, gdzie A i B są zbiorami rozmytymi, reprezentują relacje rozmyte $\mu_R(x, y) = \mu_{A \rightarrow B}(x, y)$, wyrażane poprzez operatory implikacji. Funkcje przynależności implikacji wyznacza się według różnych formuł za pomocą funkcji przynależności zbiorów rozmytych $\mu_A(x), \mu_B(y)$.

Przykładowa reguła modelu rozmytego badanego procesu stochastycznego, wg (12), zawiera w poprzedniku cztery rozmyte stwierdzenia połączone spójnikiem „I”:

$$\text{Jeżeli } (X_{t-4} \text{ jest "wysoki" I } X_{t-3} \text{ jest "średni" I } X_{t-2} \text{ jest "wysoki" I } X_{t-1} \text{ jest "wysoki"}) \\ \text{To } (X_t \text{ jest "wysoki"}) \quad (22)$$

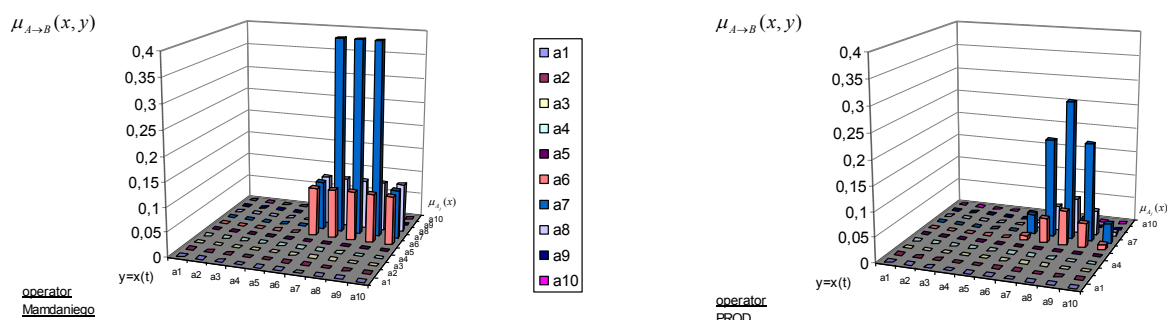
Na rys. 2 i 3 przedstawiono funkcje przynależności różnych operatorów implikacji, obliczone dla przypadku, gdy w poprzedniku reguły (22) zastosowano operator t-normy równy *min*.

Tabela 3. Wyniki t-norm dla przykładowych zbiorów rozmytych S i W.

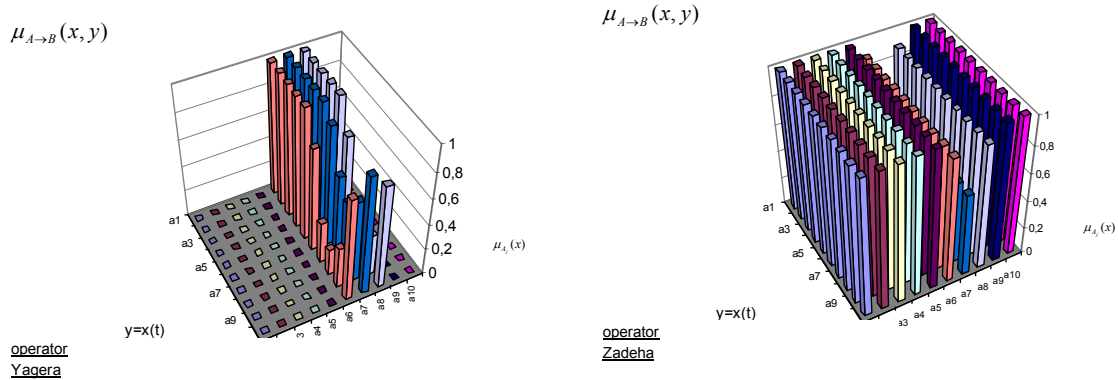
t-normy										
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆	a ₇	a ₈	a ₉	a ₁₀
min	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,10	0,40	0,10	0,00	0,00
prod	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,09	0,20	0,07	0,00	0,00
iloczyn Hamachera	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,10	0,29	0,10	0,00	0,00
iloczyn Eisteina	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,08	0,15	0,06	0,00	0,00
iloczyn drastyczny	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ograniczona różnica	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 4. Wyniki s-normy dla przykładowych zbiorów rozmytych S i W.

s-normy										
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆	a ₇	a ₈	a ₉	a ₁₀
max	0,00	0,00	0,10	0,40	0,90	0,90	0,50	0,70	0,50	0,10
suma algebr.	0,00	0,00	0,10	0,40	0,90	0,91	0,70	0,73	0,50	0,10
suma Hamachera	0,00	0,00	0,10	0,40	0,90	0,90	0,63	0,71	0,50	0,10
suma Eisteina	0,00	0,00	0,10	0,40	0,90	0,92	0,75	0,75	0,50	0,10
suma drastyczna	0,00	0,00	0,10	0,40	0,90	1,00	1,00	1,00	0,50	0,10
suma ograniczona	0,00	0,00	0,10	0,40	0,90	1,00	0,90	0,80	0,50	0,10



Rys.2. Funkcje przynależności operatorów implikacji *min* i *product*; w poprzedniku reguły (22) zastosowano operator t-normy równy *min*.



Rys.3. Funkcje przynależności operatorów implikacji *Yagera* i *Zadeha*; w poprzedniku reguły (22) zastosowano operator t-normy równy *min* c.d.

Operatory implikacji rozmytej umożliwiają obliczenie funkcji przynależności wyjścia modelu $\mu_{B^*}(y)$, dla konkretnych zbiorów rozmytych A' na wejściu modelu [8, 11,12,19]:

$$\mu_{B^*}(y) = \sup T(\mu_{A'}(x), \mu_{A \rightarrow B}(x, y)) \quad (23)$$

W przypadku, kiedy model rozmyty składa się z n reguł R_i , należy określić funkcję przynależności konkluzji w poszczególnych regułach, a następnie na podstawie s-normy obliczana jest jedna funkcja wynikowa całej bazy reguł:

$$\mu_{wyn}(y) = \mu_{B^*}(y) = S(\mu_{B_1^*}(y), \dots, \mu_{B_m^*}(y)) \quad (24)$$

Gdy rozważamy różne operatory t-normy i s-normy oraz interpretacje agregacji możemy otrzymać alternatywne rodzaje wnioskowania rozmytego. Dobór operatorów w procesie wnioskowania odgrywa bardzo istotną rolę, szczególnie dotyczy to nienastrajalnych modeli czy też regulatorów rozmytych. W celu uzyskania jak najlepszych wyników dokładności modelu należy przeprowadzić próby doboru poszczególnych operatorów [6].

3.2. Obliczenia modeli rozmytych z zastosowaniem reguł asocjacji

Podążając za [4], przeprowadzona została eksploracja danych empirycznych zmiennej x w środowisku Oracle Data Mining, z wykorzystaniem algorytmu Apriori [1,2]. Dla modelu rozmytego typu (13), uwzględniającego $m=4$ opóźnionych wartości ciągu czasowego zmiennej x , wykonano obliczenia w myśl (13)-(16) i otrzymano 5^4 (625) reguł plikowych. Jedynie 260 uzyskanych reguł plikowych posiada niezerowe wagi $w_i, w_{j/i}$. Przykładowe reguły opisanego modelu procesu stochastycznego zostały przedstawione w tab. 5.

Zapis tabelaryczny należy czytać następująco (pierwsza reguła plikowa):

$$\begin{aligned}
 &0,1021 \text{ (Jeżeli } X_{t-4} \text{ jest "wysoki" I } X_{t-3} \text{ jest "wysoki" I } X_{t-2} \text{ jest "wysoki" I } X_{t-1} \text{ jest "wysoki"} \\
 &\quad \text{To } X_t \text{ jest "wysoki" z wagą } 0,5717 \\
 &\text{Także } X_t \text{ jest "bardzo wysoki" z wagą } 0,3328 \\
 &\quad \text{Także } X_t \text{ jest "średni" z wagą } 0,0930 \\
 &\text{Także } X_t \text{ jest "bardzo niski" z wagą } 0,0022 \\
 &\quad \text{Także } X_t \text{ jest "niski" z wagą } 0,0003).
 \end{aligned} \quad (20)$$

Tabela 5. Przykłady najważniejszych reguł plikowych rozmytego modelu zmiennej x dla $m=4$, $\pi_{s \text{ min}}=0\%$, $\pi_{c \text{ min}}=0\%$.

Nr reguły plikowej	Waga w_i	Jeżeli	To	Waga w_j/w_i
1	0,1021	X_{t-4} jest W I X_{t-3} jest W I X_{t-2} jest W I X_{t-1} jest W	X_t jest W	0.5717
			X_t jest BW	0.3328
			X_t jest S	0.0930
			X_t jest BN	0.0022
			X_t jest N	0.0003
2	0,0598	X_{t-4} jest W I X_{t-3} jest W I X_{t-2} jest W I X_{t-1} jest BW	X_t jest W	0.5480
			X_t jest BW	0.3704
			X_t jest S	0.0804
			X_t jest BN	0.0011
			X_t jest N	0.0001
3	0,0592	X_{t-4} jest BW I X_{t-3} jest W I X_{t-2} jest W I X_{t-1} jest W	X_t jest W	0.5732
			X_t jest BW	0.3322
			X_t jest S	0.0904
			X_t jest BN	0.0038
			X_t jest N	0.0004

Ilość reguł maleje wraz ze wzrostem ograniczeń minimalnego wsparcia π_s i ufności π_c w algorytmie odkrywającym reguły asocjacji. Tab. 6 przedstawia najważniejsze reguły plikowe wygenerowane przy założeniach minimalnego wsparcia $\pi_{s \min} = 1\%$ oraz minimalnej ufności $\pi_{c \min} = 5\%$. W modelu tym utworzonych zostało łącznie 80 reguł plikowych z niezerowymi wartościami wag w_i, w_{ij} .

Tabela 6. Przykłady najważniejszych reguł plikowych rozmytego modelu zmiennej x dla $m=4$, $\pi_{s \min}=1\%$, $\pi_{c \min}=5\%$.

Nr reguły plikowej	Waga w_i	Jeżeli	To	Waga w_j/w_i
1	0,1356	X_{t-4} jest W I X_{t-3} jest W I X_{t-2} jest W I X_{t-1} jest W	X_t jest W	0,6215
			X_t jest BW	0,3177
			X_t jest S	0,0608
2	0,0743	X_{t-4} jest W I X_{t-3} jest W I X_{t-2} jest W I X_{t-1} jest BW	X_t jest W	0,6023
			X_t jest BW	0,3465
			X_t jest S	0,0512
3	0,0725	X_{t-4} jest W I X_{t-3} jest W I X_{t-2} jest BW I X_{t-1} jest W	X_t jest W	0,6162
			X_t jest BW	0,3257
			X_t jest S	0,0581

4. UWAGI KOŃCOWE

Przedstawiona metodyka budowy modeli rozmytych procesów stochastycznych z czasem dyskretnym, dzięki zastosowaniu narzędzia Data Mining pozwala na modelowanie procesów o tzw. *długiej pamięci* i przy rozbudowanym zbiorze wartości lingwistycznych. Wyznaczanie empirycznych rozkładów prawdopodobieństwa zmiennych lingwistycznych wymagało określenia prawdopodobieństwa 5^4 zdarzeń rozmytych w poprzednikach, a liczba przedziałów rozłącznych dla przeszukiwań wynosiła 10^4 . Stąd niskie wartości prawdopodobieństw uzyskane przy poszczególnych regułach. Bardzo istotny staje się w takiej sytuacji dobór operatorów, które wraz z wagami reguł będą decydowały o wartościach funkcji przynależności wyprowadzonych zbiorów rozmytych wyjścia modelu.

Literatura:

- [1] Agrawal R., Imielinski T., Swami A. (1993) Mining Association Rules Between Sets of Items in Large Databases, in *Proc. ACM Sigmod Intern. Conf. on Management of Data*, Washington D.C., 207- 216.
- [2] Agrawal R., Srikant R. (1994) Fast Algorithms for Mining Association Rules, in *Proc. of 1994 Intern. Conf. on Very Large Databases VLDB*, Santiago de Chile, 487- 499.
- [3] Blaschke W. (2002) *Propozycja nowej formuły sprzedażnej węgla energetycznego przeznaczonego dla energetyki zawodowej*. Studia, rozprawy, monografie, Nr 112. Wydawnictwo Instytutu Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią PAN, Kraków.
- [4] Błaszczuk K. (2007) Reguły asocjacji dla rozmytego modelowania szeregów czasowych, in *Proc. IX Internat. PhD Workshop OWD 2007*, 2, 305-310.
- [5] Chen G., Wei Q. (2002) Fuzzy Association Rules and the Extended Mining Algorithm, *Information Sciences*, 147, 201- 228.
- [6] Czabak A. (2007) Przegląd operatorów wnioskowania rozmytego stosowanych w modelowaniu lingwistycznym, in *Proc. IX Internat. PhD Workshop OWD 2007*, 2, 221-226.
- [7] Gornig A. (2005) *Zastosowanie metod klasyfikacji danych w analizie jakości węgla*. Praca doktorska, Wydział Górnictwa i Geologii, Politechnika Śląska, Gliwice.
- [8] Kacprzyk J. (1986) *Zbiory rozmyte w analizie systemowej*. PWN, Warszawa.
- [9] Van Kampen N.G. (1990) *Procesy stochastyczne w fizyce i chemii*. PWN, Warszawa.
- [10] Kuok C.M., Fu A., Wong M.H. (1998) Mining Fuzzy Association Rules in Database, *Sigmod*, 27, I, 41- 46.
- [11] Piegat A.: *Modelowanie i sterowanie rozmyte*. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa, 2003.
- [12] Rutkowski L. (2005) *Metody i techniki sztucznej inteligencji*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- [13] Walaszek-Babiszewska A. (2004) *Statistical and Fuzzy Modelling of Grain Material Sampling and Operations. Selected Approaches*. Monografia, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice.
- [14] Walaszek-Babiszewska A. (2005) Measurements and Expert Knowledge for Time-dependent Stochastic Systems, in *Proc. Fifth Int. Conf. on Intelligent Processing and Manufacturing of Materials IPMM*, Monterey, California, CD.
- [15] Walaszek-Babiszewska A. (2006) Rozmyte modele decyzyjne pozyskiwane z danych eksperymentalnych, w *Mat. X. Międzyn. Konf. Naukowo – Techn. Automatyzacja – Nowości i Perspektywy, AUTOMATION 2006*, PIAP Warszawa, 262-271.
- [16] Walaszek-Babiszewska A. (2006) IF-THEN Linguistic Fuzzy Model of a Discrete Stochastic System, in *Artificial Intelligence and Soft Computing, Challenging Problems of Sciences, Computer Sciences*, Cader A., Rutkowski L., Tadeusiewicz R., and Żurada J. (Eds.), Academic Publishing House EXIT, Warsaw, 169-174.
- [17] Walaszek-Babiszewska A. (2007) Construction of Fuzzy Models Using Probability Measures of Fuzzy Events, in *Proc. 13th IEEE Internat. Conf. on Methods and Models in Automation and Robotics, MMAR 2007*, Szczecin, Poland, 661-666.
- [18] <http://www.cire.pl/rynekenergii>.
- [19] Yager R., Filev D. (1995) *Podstawy modelowania i sterowania rozmytego*, WNT, Warszawa.
- [20] Zadeh L.A. (1968), Probability Measures of Fuzzy Events, *J. Math. Anal. Appl.*, 23, 421-427.
- [21] Zadeh L.A. (1975) The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning, *Information Sciences*, Part I: 8, 199-240.
- [22] Zapala W. (1988) *Opracowanie i cyfrowe badania symulacyjne algorytmów sterowania procesem wzbogacania węgla z wykorzystaniem pomiaru rozkładu frakcji densymetrycznych w łóżu osadzarki*. Praca doktorska. Wydział Górniczy, Politechnika Śląska, Gliwice.